# Ringvergleich Koordinatenmesstechnik 2009

Dr.-Ing. Michael Hernla, Dortmund; Christian Weißmüller, Institut für Eignungsprüfung (IfEP), Marl

#### Kurzfassung

Der Ringvergleich Koordinatenmesstechnik des IfEP wurde von vierzehn Prüflaboratorien mit einem kalibrierten Prüfkörper durchgeführt. Die Probleme lagen in der Formulierung und Interpretation der Aufgabenstellung, in der Durchführung und Auswertung der Messungen und in der Ermittlung der Messunsicherheiten. Außerdem wird über die Validierung von Messunsicherheitssoftware berichtet.

#### **Abstract**

The Interlaboratory Comparison in Coordinate Measurement was carried out by fourteen laboratories with a calibrated standard of size. The Problems found were formulation and interpretation of the measurement tasks, carrying out and analysis of the measurements and evaluation of measurement uncertainties. Besides it reports about the validation of measurement uncertainty software.

#### 1. Einleitung – Zweck, Durchführung und Auswertung von Ringvergleichen

Ringvergleiche sind ein wichtiges Element zur Sicherstellung der Qualität von Prüfergebnissen. Nach ISO/IEC 17025 [1] müssen Prüflaboratorien über Lenkungsverfahren zur Überwachung der Gültigkeit von Prüfergebnissen verfügen. Die sich daraus ergebenden Daten müssen derart aufgezeichnet werden, dass Tendenzen erkennbar werden. Wo es praktisch durchführbar ist, müssen statistische Verfahren zur Auswertung der Ergebnisse angewendet werden. Diese Überwachung muss geplant und überprüft werden, u.a. durch:

- Regelmäßige Messungen an kalibrierten Prüfkörpern
- Teilnahme an Ringvergleichen zwischen Laboratorien oder an Eignungsprüfungen
- Interne Wiederholungsprüfungen mit denselben oder anderen Verfahren
- Erneute Prüfung von aufbewahrten Prüfobjekten

Durch die Teilnahme an Ringvergleichen bzw. an Eignungsprüfungen erhalten die Laboratorien eine objektive und vertrauliche externe Begutachtung ihrer Messdienstleistungen im Vergleich zu anderen Laboratorien. Zusätzlich werden sie in die Lage versetzt, ihre Ergebnisse selbständig zu analysieren und zu bewerten. Weiter erhalten sie die

Möglichkeit, Abweichungen zu erkennen und Korrekturmaßnahmen einzuleiten, um die Qualität ihrer Prüfungen zu verbessern.

Die Prüfungen werden an einem kalibrierten Prüfkörper bzw. an einem zertifizierten Referenzmaterial durchgeführt. Jedes Prüflabor gibt seine Messergebnisse und seine Messunsicherheiten an. Die Daten werden nach dem ISO/IEC Guide 43-1 [2] bzw. ISO 13528 [3] ausgewertet. Die  $E_n$ -Zahl ist das Verhältnis der Messwertdifferenz zur Wurzel aus der Quadratesumme der erweiterten Messunsicherheiten des Prüflabors (Index "lab") und des Referenzwertes (Index "ref"):

$$E_n = \frac{x_{lab} - x_{ref}}{\sqrt{U_{lab}^2 + U_{ref}^2}} \tag{1}$$

Ist der Betrag der  $E_n$ -Zahl kleiner oder gleich eins, hat das Laboratorium die Prüfung für dieses Prüfmerkmal bestanden, ist der Betrag größer als eins, nicht.

### 2. Ringvergleich Koordinatenmesstechnik 2009

Der Ringvergleich Koordinatenmesstechnik wurde im Jahr 2009 begonnen und 2010 beendet [4]. Es waren 14 Prüflaboratorien beteiligt, die alle in Deutschland beheimatet sind.
Davon waren vier nach eigenen Angaben zum Zeitpunkt des Ringvergleichs nach
ISO/IEC 17025 als Prüflabor akkreditiert.

Als Prüfkörper wurde der "Multi-Feature-Check" der Firma eumetron GmbH verwendet, siehe Bild 1. Dieser besteht aus Aluminium und ist an der Oberfläche chemisch mit Nickel beschichtet. Zur schnelleren Abwicklung des Ringvergleichs wurden zwei Exemplare des Prüfkörpers eingesetzt. Diese wurden sowohl zum Beginn als auch nach jedem Einsatz in einem akkreditierten Kalibrierlabor kalibriert, um mögliche Beschädigungen durch den Transport auszuschließen.

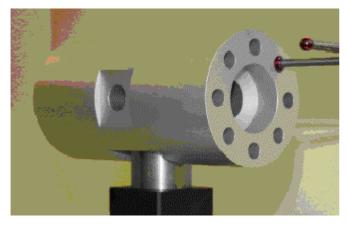


Bild 1: Prüfkörper "Multi-Feature-Check" der Firma eumetron GmbH

Im Ringvergleich wurden 21 Prüfmerkmale erfasst, z.B. Abstände von Ebenen (Distanzen), Durchmesser, Kegelwinkel, Position von Kreismittelpunkten, Koaxialität von Zylinderachsen, Parallelität und Neigung von ebenen Flächen sowie Formabweichungen.

Die Messbedingungen waren zum Teil vorgegeben: Spannungsfreie Aufstellung des Prüfkörpers, Tasterkonfiguration und rechnerische Korrektur der Messergebnisse auf die Referenztemperatur 20°C.

Folgende Messbedingungen waren nicht definiert und lagen damit in der Wahlfreiheit der Laboratorien: Antaststrategie mit der Anzahl und der genauen Lage der Messpunkte an den Formelementen, Auswertung der mittleren Elemente (Ausgleichselemente nach Gauß) an den Formelementen sowie radius- oder durchmesserbezogene Auswertung von Ortsabweichungen (Position und Koaxialität).

#### 3. Ergebnisse des Ringvergleichs

Die Tabelle 1 fasst die Ergebnisse des Ringvergleichs zusammen. Von den 14 beteiligten Laboratorien haben zwei keine Messunsicherheiten angegeben bzw. keine eindeutigen Angaben gemacht, so dass sich hier keine  $E_n$ -Zahlen berechnen ließen. Vier Laboratorien haben alle Prüfungen bestanden. Für die übrigen acht enthält Tabelle 1 nur die Prüfmerkmale, bei denen die  $E_n$ -Zahl größer als eins ist.

Tabelle 1: Ergebnisse des Ringvergleichs Koordinatenmesstechnik mit den beteiligten Laboratorien und Prüfmerkmalen; *E*n-Zahlen mit |*E*n| > 1

	Prüfmerkmal Nr.														
Labor	1	2	6	8	9	11	12	13	14	15	16	17	20	21	Anzahl
184		1,5			1277	2,5				1,3		1,4	1,3	1,7	7
224			1,3		2,9		3,1	13	8,5						5
267				1,7	4,3										2
275							2,1								1
316					1,5		2,0								2
317	1,7					13081	3,6	15							4
329											1,7				1
330						5915	1,9	2307							3
Anzahl	1	1	1	1	4	3	5	3	1	1	1	1	1	1	25

Von den insgesamt (12\*21=) 252 Messungen sind 25 fehlerhaft, d.h. rund 10 %. Davon geht die Hälfte auf das Konto von nur zwei Prüflaboratorien, während vier keinen und zwei nur je einen Fehler gemacht haben.

Die meisten Fehler treten bei den Prüfmerkmalen 9, 11, 12 und 13 auf. Hier handelt es sich um einen Kegelwinkel von  $120^{\circ}$  (Nr. 9) sowie um die Positionen der Querbohrung in der Mitte des Prüfkörpers und der großen Mittelbohrung im Bild 1 rechts. In vier Fällen ist die  $E_n$ -Zahl sogar größer als tausend!

Das Bild 2 zeigt als Beispiel die Auswertung des Kegelwinkels 120°. Bei den Laboratorien 184 und 316 weichen die Messwerte sehr weit von den kalibrierten Werten ab. Bei den Laboratorien 224, 267 und 316 sind die Messunsicherheiten relativ klein.

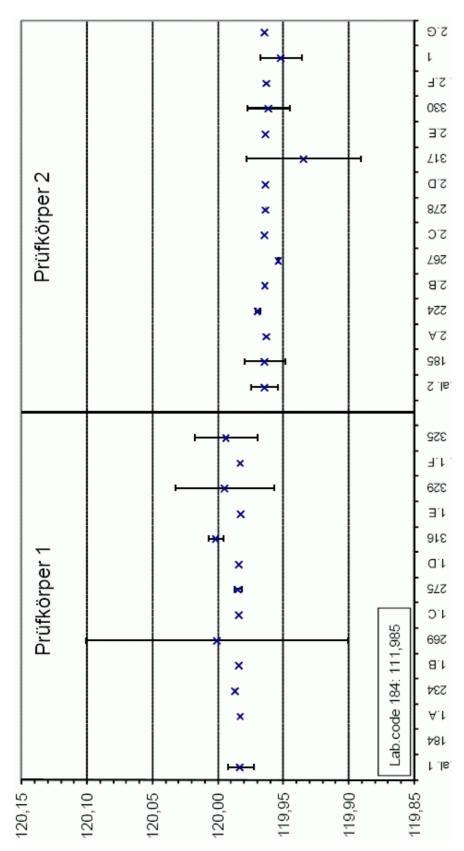


Bild 2: Messwerte und Messunsicherheiten des Kegelwinkels 120° (Prüfmerkmal Nr. 9 in Tabelle 1)

Ähnliche Bilder ergeben sich bei den anderen Prüfmerkmalen. Die Ursachen für zu große  $E_n$ -Zahlen liegen meist eher in zu großen Messabweichungen als in zu kleinen Messunsicherheiten. Nur beim Prüflabor 224 sind die Messunsicherheiten meist deutlich kleiner als bei den anderen. Umgekehrt gibt das Prüflabor 330 bei 17 der 21 Prüfmerkmale die jeweils größten Messunsicherheiten an. Trotzdem ist die  $E_n$ -Zahl bei drei Positionsabweichungen zu groß, bei zweien sogar dramatisch (5915 und 2307).

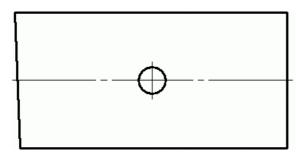
Zwei Laboratorien haben keine Messunsicherheiten angegeben, liegen aber mit ihren Messwerten in der Regel nahe bei den Referenzwerten – außer beim Prüfmerkmal Nr. 12. Diese waren zum Zeitpunkt des Ringvergleichs bereits nach ISO/IEC 17025 als Prüflaboratorien akkreditiert.

#### 4. Positionsabweichungen

Bei den Prüfmerkmalen Nr. 11, 12, 13 und 14 treten große  $E_n$ -Zahlen auf. Hier handelt es sich um Positionen von Bohrungen, bei denen folgende Probleme auftreten:

- Unterschiedliche Bezugssysteme für die beiden Positionstoleranzen
- Rangfolge der primären, sekundären und tertiären Bezugselemente
- Radius- oder durchmesserbezogene Auswertung von Ortsabweichungen

Die Hauptrichtung (Raumausrichtung) des Bezugssystems für die Prüfmerkmale 11 und 12 soll durch die Achse des Außenzylinders bestimmt werden, für die Prüfmerkmale 13 und 14 durch die im Bild 1 sichtbare Stirnfläche. Wird jetzt die Position der Querbohrung (entgegen der Aufgabenstellung) auch im zweiten Bezugssystem ausgewertet, ergibt sich die Messabweichung e senkrecht zur Zylinderachse in der Z-Koordinate der Querbohrung (Prüfmerkmal Nr. 12), siehe Bild 3. Hier ist die  $E_n$ -Zahl in fünf Fällen größer als eins (maximal 3,6), siehe Tabelle 1.



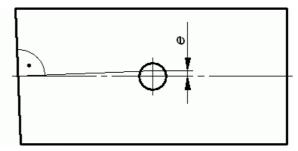


Bild 3: Bestimmung der Hauptrichtung (Raumausrichtung) des Bezugssystems durch die Achse des Außenzylinders (links) oder durch die linke Stirnfläche (rechts)

Für die Position der Querbohrung entlang der Zylinderachse im Bild 3 ist das theoretische Maß 100 vorgegeben. Wird allerdings mit dem Wert null gerechnet, geht die Koordinate der Querbohrung voll in die Positionsabweichung ein. So lassen sich die großen  $E_n$ -Zahlen von 5915 bzw. 13081 erklären.

Das Bezugssystem für die Prüfmerkmale 13 und 14 (Position der großen Mittelbohrung im Bild 1) ist nicht eindeutig definiert, siehe Bild 4. Nach der Norm ISO 5459 [5] für Bezugssysteme legt die Reihenfolge der Bezugselemente ihre Rangfolge fest. Danach würde die Bohrung B1 den Nullpunkt des Bezugssystems definieren, und die Achse des Außenzylinders A1 legte dann nur noch die Nebenrichtung (Ebenenausrichtung) mit der Drehung um den Nullpunkt fest. Gemeint und von den meisten Prüflaboratorien so interpretiert ist aber der Nullpunkt auf der Achse des Außenzylinders A1. Dazu müssten im Bild 4 die Bezüge A1 und B1 vertauscht werden.

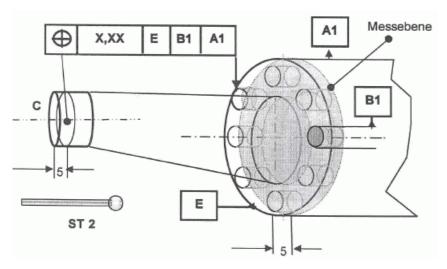


Bild 4: Definition der Messaufgabe für die Position der großen Mittelbohrung (C)

Für den Nullpunkt in der Bohrung B1 müsste im Bild 4 zusätzlich das theoretische Maß für den Abstand der Bohrungen A1 und B1 eingetragen sein. Wird nun aber für den (falschen) Nullpunkt des Bezugssystems in B1 mit dem theoretischen Maß null gerechnet, kann die  $E_n$ -Zahl wie in Tabelle 1 leicht 2307 betragen. Die zwei Prüflaboratorien mit den  $E_n$ -Zahlen 13 bzw. 15 haben wahrscheinlich "falsche" theoretische Maße angenommen.

Die dritte Fehlermöglichkeit ist die Berechnung der Ortsabweichungen selbst. In der Norm ISO 1101 [6] sind zwar die Toleranzen und Toleranzzonen, nicht aber die Abweichungen definiert. Diese werden deshalb entweder radius- oder durchmesserbezogen interpretiert, siehe Bild 5.

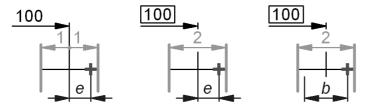


Bild 5: Maßabweichung e für die Abstandstoleranz 100  $\pm$ 1 (links) und die radiusbezogene Positionsabweichung (mitte) sowie durchmesserbezogene Positionsabweichung b = |2e| (rechts)

Die radiusbezogene Positionsauswertung (Bild 5 mitte) entspricht der "klassischen" Maßabweichung (links). Bei der durchmesserbezogenen Auswertung wird der Abweichungsbetrag verdoppelt, und das Vorzeichen der Abweichung geht verloren (rechts). Das erklärt die  $E_n$ -Zahlen 5915 für die radiusbezogene bzw. 13081 für die durchmesserbezogene Auswertung beim Prüfmerkmal Nr. 11. Für die durchmesserbezogene Abweichung müsste natürlich auch die Messunsicherheit verdoppelt werden.

### 5. Methoden zur Ermittlung der Messunsicherheit

Die Messunsicherheit von Koordinatenmessungen lässt sich heute wahlweise auf der Grundlage von drei VDI-Richtlinien bestimmen:

- VDI/VDE 2617 Blatt 7: Numerische Simulation [7]
- VDI/VDE 2617 Blatt 8: Messreihen mit einem kalibrierten Werkstück [8]
- VDI/VDE 2617 Blatt 11: Messunsicherheitsbilanzen [9]

In [11] und [12] werden die drei Methoden diskutiert und verglichen. Die ersten beiden werden typischerweise nicht in Prüflaboratorien eingesetzt. Die numerische Simulation mit dem Virtuellen KMG als spezielle Software erfordert vor allem hohe Investitionen. Diese lohnen sich nur für Kalibrierlaboratorien, die tatsächlich regelmäßig und in größeren Stückzahlen Normale und Einstellmeister kalibrieren. Die zweite Methode setzt ein kalibriertes Werkstück voraus, ist also nicht für Einzelmessungen, sondern eher für die laufenden Überwachung von Messungen in der industriellen Serienfertigung geeignet. Die dritte Methode entspricht dem klassischen Ansatz des GUM. In [9], [10] und [11] sind Beispiele für Modelle und Messunsicherheitsbilanzen enthalten.

Bei den meisten Prüflaboratorien ist nicht bekannt, nach welcher Methode sie ihre Messunsicherheiten ermittelt haben. Nach Kenntnis der Autoren haben zwei Laboratorien Messunsicherheitsbilanzen auf der Basis von [10] verwendet. Zwei weitere Laboratorien haben ihre Messunsicherheiten hauptsächlich aus Wiederholmessreihen ermittelt und mit anderen Erfahrungswerten unterstützt. Nachträgliche Vergleiche mit [10] ergaben gute Übereinstimmungen der Messunsicherheiten.

Diese vier Laboratorien waren zum Zeitpunkt des Ringvergleichs entweder schon als Prüflabor nach ISO 17025 akkreditiert oder standen unmittelbar davor. Drei Labore haben nach eigener Aussage den Ringvergleich fehlerfrei absolviert, das vierte mit nur einem Fehler. Die Ursache für diesen Erfolg liegt allerdings nicht direkt in der gewählten Methode der Messunsicherheitsbestimmung, sondern eher darin, dass die Labore im Zusammenhang mit der Akkreditierung bereits Erfahrungen bei der Genauigkeitsbewertung gesammelt hatten, was auch die Qualität der Messungen insgesamt verbessert hat: Wie bereits oben dargestellt, lassen sich die großen  $E_n$ -Zahlen meist eher auf zu große Messabweichungen als auf zu kleine Messunsicherheiten zurückführen. Umgekehrt schützen generell große Messunsicherheiten nicht vor gravierenden Messfehlern.

#### 6. Validierung der Messunsicherheits-Software

Im Zusammenhang mit der Erarbeitung der Richtlinie VDI/VDE 2617 Blatt 11 [9] wurden Vergleiche zwischen den drei Methoden zur Messunsicherheitsbestimmung durchgeführt, über die schon in [12] berichtet wurde. Dabei wurde eine spezielle Software mit Messunsicherheitsbilanzen nach [10] auf der Basis eines handelsüblichen Tabellenkalkulationsprogrammes geprüft, siehe Tabelle 2.

Tabelle 2: Bedingungen für die Messunsicherheitsvergleiche in [12]

Partner:	РТВ	eumetron GmbH	Daimler AG		
Messobjekt:	Prüfzylinder aus Stahl	Multi-Feature-Check	PKW-Kurbelgehäuse		
Referenz- Messunsicherheit:	Simulationssoftware Virtuelles KMG	Simulationssoftware Virtuelles KMG	Methode mit einem kalibrierten Werkstück		
Anzahl Prüfmerkmale:	33	15	35		
Art der Prüfmerkmale:	Durchmesser, Abständ Orts-, Richtungs- und	Bohrungsdurchmesser, Bohrungskoordinaten			

Die wesentlichen Ergebnisse der Messunsicherheitsvergleiche sind:

- 1. Die Messunsicherheiten von Koordinatenmessungen lassen sich durch Messunsicherheitsbilanzen ermitteln.
- 2. Dabei können unterschiedliche Anordnungen der Messpunkte auf Teilbereichen der Oberflächen berücksichtigt werden.

- 3. Mögliche Tasterwechsel und Drehungen des Werkstücks während der Messung müssen und können in der Messunsicherheitsbilanz berücksichtigt werden.
- 4. Mit den Fehlergrenzen aus der Spezifikation des KMG werden die Beiträge der Geometrieabweichungen in den Messunsicherheitsbilanzen nach oben abgeschätzt.
- 5. Messunsicherheitsbilanzen liefern in der Regel größere Messunsicherheiten als andere Methoden, aber mit dem geringsten Aufwand.

Eine in [12] offene Frage war die Messunsicherheit eines Kegeldurchmessers an dem Multi-Feature-Check der Firma eumetron GmbH. Hier war die Messunsicherheit mit dem Virtuellen KMG (VCMM) dreimal so groß wie die aus der Messunsicherheitsbilanz. Dazu wurden inzwischen weitere Untersuchungen durchgeführt. Die bisherigen Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

Die Genauigkeit der Koordinatenmessgeräte liegt jeweils in der gleichen Größenordnung, die Messstrategien sind gleich und der Temperatureinfluss ist vernachlässigbar. Trotzdem ergab die Simulation mit dem VCMM bei dem Zeiss-KMG mit Calypso-Software bei der Firma eumetron die dreifache Messunsicherheit wie das Leitz-KMG mit Quindos-Software bei der PTB. Die Messunsicherheit der PTB ist nur wenig größer als die aus der Messunsicherheitsbilanz. Hier ergab die Überprüfung des Modells, dass die ursprüngliche Messunsicherheit von 2,5 µm etwas zu groß war.

Tabelle 3: Erweiterte Messunsicherheiten des Kegeldurchmessers am Multi-Feature-Check, in µm

	Simulation VCMM	MU-Bilanz	50 Wiederholmessungen
eumetron GmbH (2008)	<i>U</i> = 7,5	U = 2,2	2 s = 0,24
PTB (2011)	<i>U</i> = 2,5	U = 2,2	
Werkzeugkegel (2009)		<i>U</i> = 0,9	2 s = 0,22

Die verdoppelten Standardabweichungen aus je 50 Wiederholmessungen sind deutlich kleiner als die erweiterten Messunsicherheiten – bei eumetron um den Faktor 9, bei dem Werkzeugkegel um den Faktor 4 gegenüber den Messunsicherheitsbilanzen. Das widerspricht den Erfahrungen bei anderen Ausgleichselementen, wo die Werte in der Regel in derselben Größenordnung liegen.

Bei den aktuellen Untersuchungen bestand ein Problem in der Definition gleicher Eingangswerte für die Unsicherheitsermittlung: Beim Virtuellen KMG wird mit der räumlichen Streuung der Antastpunkte im Messvolumen des KMG vor der Ausgleichsrechnung gearbeitet, bei den

Messunsicherheitsbilanzen mit der Standardabweichung der Antastpunkte senkrecht zum Ausgleichselement.

Außerdem wurde von der PTB ein Fehler in der Simulationssoftware gefunden: Der Kugelnormaldurchmesser wurde für jeden Taster einzeln simuliert, obwohl alle Taster am selben Kugelnormal eingemessen wurden. Die Untersuchungen werden fortgesetzt, um z.B. die große Unsicherheit beim VCMM auf Basis der Calypso-Software aufzuklären. Möglich und denkbar sind auch Fehler bei der Anwendung des VCMM, z.B. bei der Eingabe der Eingangswerte für die Simulation.

Daraus ergibt sich die Frage nach der Validierung der verwendeten Simulationssoftware selbst, die zur Zeit von zwei deutschen KMG-Herstellern angeboten wird. Sie wurde von der PTB entwickelt und durch eigene Untersuchungen validiert. Diese Software ist die Grundlage für die Akkreditierung von bisher fünf Kalibrierlaboratorien durch den Deutschen Kalibrierdienst (DKD, heute: Deutsche Akkreditierungsstelle, DAkkS). Die Kalibrierlaboratorien mussten dazu Messungen durchführen und deren Messunsicherheiten mit dem VCMM bestimmen. Die Ergebnisse wurden vom DKD bewertet. Eine unabhängige Validierung des Virtuellen KMG steht allerdings bisher aus.

## 7. Erkenntnisse für weitere Ringvergleiche

Der Ringvergleich Koordinatenmesstechnik 2009 hat die Stärken und Schwächen der beteiligten Prüflaboratorien deutlich gemacht. Ein wesentliches Ergebnis ist, dass sich die großen  $E_n$ -Zahlen meist eher auf zu große Messabweichungen als auf zu kleine Messunsicherheiten zurückführen lassen. Das Problem liegt also eher in der Planung und Durchführung der Messungen als in der Ermittlung der Messunsicherheiten. Bei beiden Fragestellungen weisen die akkreditierten Prüflaboratorien deutlich bessere Ergebnisse als die anderen auf.

Die Aufgabenstellung des Ringvergleichs ist in folgenden Punkten nicht eindeutig:

- Unterschiedliche Bezugssysteme für die Positionstoleranzen
- Rangfolge der primären, sekundären und tertiären Bezugselemente
- Radius- oder durchmesserbezogene Auswertung von Ortsabweichungen

Bei weiteren Ringvergleichen ist deshalb besonderer Wert auf die eindeutige und unmissverständliche Formulierung der Aufgabenstellung zu legen, und es sollten Rückfragen möglich sein. Das entspricht der üblichen Vorgehensweise der Prüflaboratorien, die Aufgabenstellung für die Messungen detailliert mit dem Auftraggeber abzustimmen. Diese müssen diese Möglichkeit allerdings auch nutzen.

#### Literatur

- [1] DIN EN ISO/IEC 17025: Allgemeine Anforderungen an die Kompetenz von Prüf- und Kalibrierlaboratorien. Beuth Verlag, Berlin 2005
- [2] ISO/IEC Guide 43-1: Proficiency Testing by Interlaboratory Comparisons. International Organisation for Standardization (ISO), Genève 1997
- [3] DIN ISO 13528: Statistische Verfahren für Eignungsprüfungen durch Ringversuche. Beuth Verlag, Berlin 2009
- [4] Abschlussbericht Eignungsprüfung Koordinatenmesstechnik 0914 KM-2009. Institut für Eignungsprüfung (IfEP), Marl 2010
- [5] DIN ISO 5459: Form- und Lagetolerierung, Bezüge und Bezugssysteme für geometrische Toleranzen. Beuth Verlag, Berlin 1982
- [6] DIN EN ISO 1101: GPS Geometrische Tolerierung Tolerierung von Form, Richtung, Ort und Lauf. Beuth Verlag, Berlin 2008
- [7] VDI/VDE 2617 Blatt 7: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Simulation. Beuth Verlag, Berlin 2008
- [8] VDI/VDE 2617 Blatt 8: dto.; dto.; Prüfprozesseignung von Messungen mit Koordinatenmessgeräten. Beuth Verlag, Berlin 2006
- [9] VDI/VDE 2617 Blatt 11: dto.; dto.; Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Messunsicherheitsbilanzen. Beuth Verlag, Berlin 2011
- [10] Hernla, M.: Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Abschätzung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit mit Hilfe von Berechnungstabellen. expert verlag, Renningen 2007
- [11] Hernla, M.: Messunsicherheitsberechnungen für Koordinatenmessungen in der industriellen Praxis. VDI-Fachtagung Messunsicherheit 2008. VDI Wissensforum GmbH. Düsseldorf 2008
- [12] Hernla, M.; Franke, M.; Wendt, K.: Aufgabenspezifische Messunsicherheit von Koordinatenmessungen. tm Technisches Messen, München 77 (2010) 11, S. 607-615